

L'usage des problèmes chez Jacques Ozanam (1640-1718) : une balade historique et didactique.

Alain BERNARD, Stéphane HERRERO, IREM de Paris Nord,
Université de Reims, 27 mars 2024

A. Brève introduction

En guise de présentation

Nous...

- Stéphane
- Enseignant de mathématiques (lycée E. Henaff, Bagnolet)
- Chef de projet pour le projet académique « vers une nouvelle équation académique »
- Alain
- Formateur d'enseignants à l'INSPE de Créteil
- Chercheur au centre Alexandre Koyré (histoire des sciences)
- Membre de l'ENCCRE (édition numérique de *l'Encyclopédie*)
- Et derrière nous: Catherine, Shana, Emilie, Emmanuelle, Aymeric, tous enseignant-e-s en mathématiques, histoire, documentation...

... et Jacques Ozanam

- *Approbation de l'ingénieur militaire Bernard Forest de Belidor (1698-1761), en 1746:*
- « les ouvrages de M. Ozanam ayant servi jusqu'ici d'Ecole à presque tous ceux qui se sont appliqués aux mathématiques depuis qu'elles ont été regardées en Europe comme la base de toutes les sciences: il y a apparence que cette nouvelle édition de ses œuvres sera aussi bien reçue du public que l'ont été les précédentes. »

Une balade en cinq extraits et un problème

- 1^{er} extrait: 1684, géométrie pratique
- 2^{ème} extrait: 1688, usage du compas de proportion
- 3^{ème} extrait: 1693, cours de mathématiques (1),
pratiques de géométrie
- 4^{ème} extrait: 1693, cours de mathématiques (2),
éléments d'Euclide
- 5^{ème} extrait: 1694, récréations mathématiques et physiques, t.1
- Un problème: *partager une ligne donnée, en parties égales*

B. Étude des extraits

Règle du jeu

- 14h15 – 16h15 : Découvrir chaque extrait et
 - Découvrir la construction (et l'éventuelle démonstration), de préférence en la refaisant / l'étudiant
 - En discuter librement, entre vous, avec nous.. → idées, remarques, questions?
- Fin de l'atelier: discussion générale :
 - À quel genre d'usage pédagogique des problèmes cela fait-il penser ?
 - Quelle comparaison faire entre ces variantes d'un même problème?
 - Quels éléments de contexte historique?
 - ...

Extrait 1: d'une géométrie pratique

- **Avis au lecteur:** mode de rédaction du traité, compromis recherché entre théorie et pratique
- **Introduction:** division en *Longimétrie*, *Planimétrie* et *Stéréométrie* + Trigonométrie Rectiligne + préliminaires de Géométrie Spéculative
- **Préliminaires:**
 - *Des principes de géométrie en général* (déf, demandes, axiomes etc.)
 - *Des principes de géométrie en particulier* – 36 définitions, 6 axiomes, 6 thèorèmes puis 33 problèmes, dont le nôtre

<i>Probleme I.</i> Tirer par un point donné à une ligne donnée une perpendiculaire,	24
<i>Probleme II.</i> Tirer par un point donné à une ligne donnée une parallele,	28
<i>Probleme III.</i> Diviser un arc & l'angle qu'il mesure, en deux également,	29
<i>Probleme IV.</i> Diviser un quart de cercle en ses 90 degrez,	30
<i>Probleme V.</i> Connoistre de combien de degrez est un angle proposé,	32
<i>Probleme VI.</i> Décrire sur une ligne donnée un triangle équilatéral & un carré,	36
<i>Probleme VII.</i> Décrire un Polygone regulier dans un cercle donné,	37
<i>Probleme VIII.</i> Alentour de deux diamètres donnez décrire une ovale commune,	39
<i>Probleme IX.</i> Alentour de deux axes donnez décrire une ovale Mathématique,	41
<i>Probleme X.</i> Décrire une Parabole sur un axe donné,	43
<i>Probleme XI.</i> Faire passer par trois points donnez une circonference de cercle,	
<i>page</i>	44

<i>Probleme XII.</i> Diviser une ligne donnée en parties égales,	46
<i>Probleme XIII.</i> Mesurer un angle accessible sur la terre,	51
<i>Probleme XIV.</i> Mesurer un angle inaccessible sur la terre,	69
<i>Probleme XV.</i> Faire à un point donné d'une ligne donnée sur la terre, un angle d'une grandeur donnée,	70
<i>Probleme XVI.</i> Tirer par un point donné à une ligne donnée sur la terre, une parallele,	72
<i>Probleme XVII.</i> Tirer par un point donné à une ligne donnée accessible sur la terre, une parallele,	73
<i>Probleme XVIII.</i> Tirer par un point donné à une ligne donnée inaccessible sur la terre, une perpendiculaire,	75
<i>Probleme XIX.</i> Tirer par un point donné à une ligne donnée inaccessible sur la terre, une parallele,	77
<i>Probleme XX.</i> Prolonger une ligne donnée sur la terre, lors qu'il y a quelque empêchement,	78

<i>Probleme XXI.</i> Lever le Plan d'une Place accessible,	79
<i>Probleme XXII.</i> Lever le Plan d'une Place inaccessible,	87
<i>Probleme XXIII.</i> Tracer un Plan sur la terre,	90

PREMIERE PARTIE.
De la Trigonometrie Rectiligne.
Chapitre I. Définitions. 95
CHAPITRE II.
THEOREMES.

CHAPITRE III.
Du Calcul des Triangles Rectangles.
Probleme I. Etant connus les deux côtes, trouver les deux angles aigus, 112

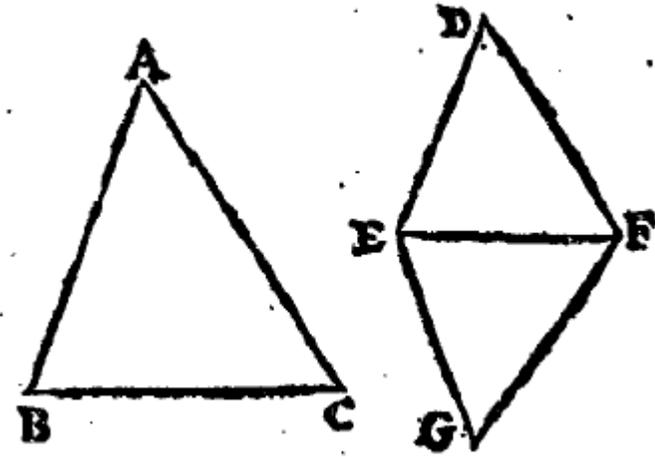
SECONDE PARTIE.
De la Longimetrie.
Probleme I. Mesurer une ligne Horizontale accessible des deux côtes, 137

Les propositions « 6.6 » et « 4.6 »

THEOR. 6. PROP. VI.

Si deux triangles ont vn angle egal à vn angle, & les costez au long d'iceux angles egaux, proportionnaux; ils seront equiangles, & auront les angles egaux sous lesquels les costez de mesme raison sont subrendus.

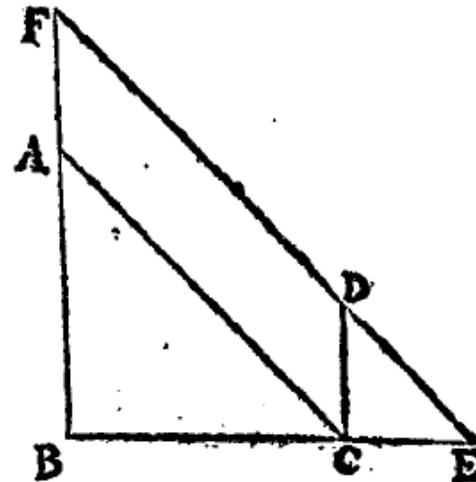
Soient les deux triangles ABC & DEF, ayans l'angle B egal a l'angle E, & comme AB à BC, ainsi DE soit à EF. Je dis que les triangles sont equiangles, sçauoir que l'angle A est egal à l'angle D, & l'angle C à l'angle F, car ainsi les angles egaux sont subrendus des costez homologues.



THEOR. 4. PROP. IV.

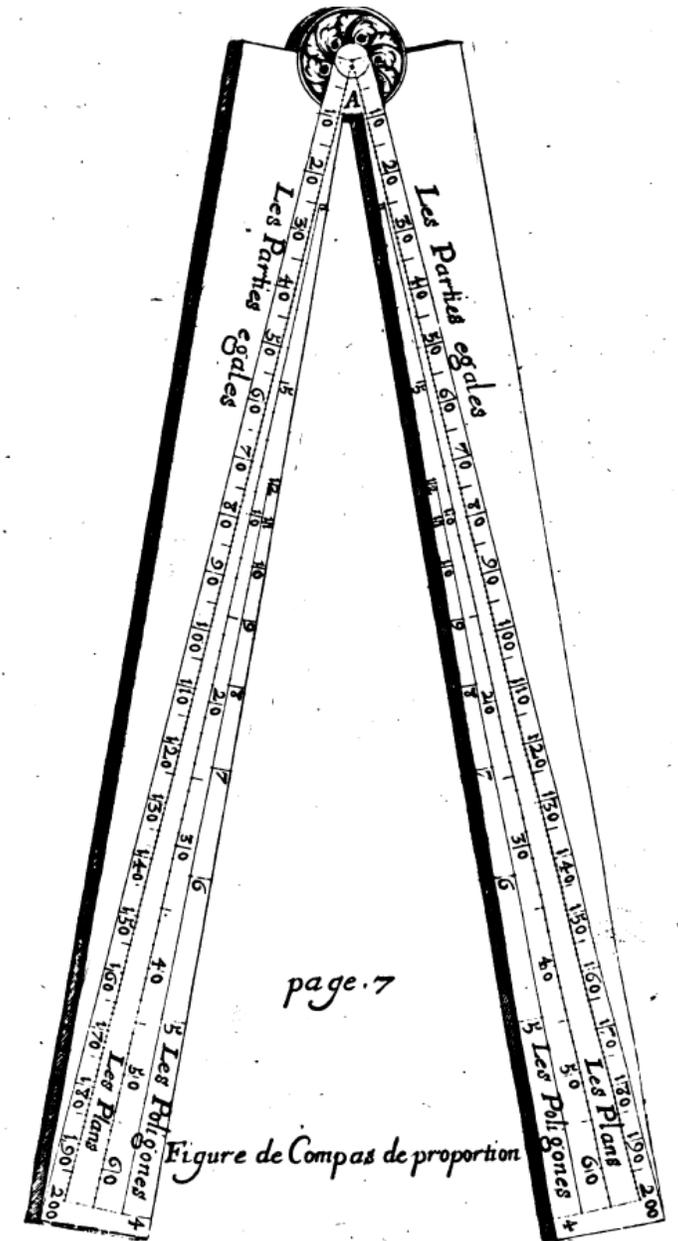
Des triangles equiangles, les costez qui sont au long des angles egaux, sont proportionnaux; & les costez qui soutiennent les angles egaux, sont de mesme raison.

Soient deux triangles ABC, DCE, equiangles: c'est à dire, que l'angle ABC soit egal à l'angle DCE, & l'angle ACB à l'angle E, & le troisieme au troisieme. Je dis que comme AB est à BC, ainsi DC à CE; & comme BC à CA, ainsi CE à ED; & finalement comme AB à AC, ainsi DC à DE.



Extrait 2: d'une explication sur l'usage d'un instrument

- **Avis au lecteur** : esprit du traité: usages les plus généraux + démonstrations courtes; lignes décrites dans le traité
- **Introduction**: propos du préliminaire
- 1^{ère} partie: construction illustrée du compas de proportion
- 2^{ème} partie: usage de la ligne des parties égales
- 3^{ème} partie: usage de la ligne des plans
- Etc.



Les problèmes de l'usage de la 1^{ère} ligne

PROBLEME I.

Diviser une ligne donnée en autant de parties égales que l'on voudra.

PROBLEME II.

Couper une Ligne donnée selon une raison donnée.

PROBLEME III.

Etant données deux Lignes & les Parties égales de l'une, trouver les Parties égales de l'autre.

PROBLEME IV.

Etant donnée une Ligne, & le nombre des Parties égales qu'elle contient, en retrancher tel nombre que l'on voudra de ces Parties.

PROBLEME V.

Trouver une Ligne égale à la circonférence d'un Cercle donné.

PROBLEME VI.

Ouvrir le Compas de proportion, en sorte que l'angle des deux lignes des Parties égales soit droit.

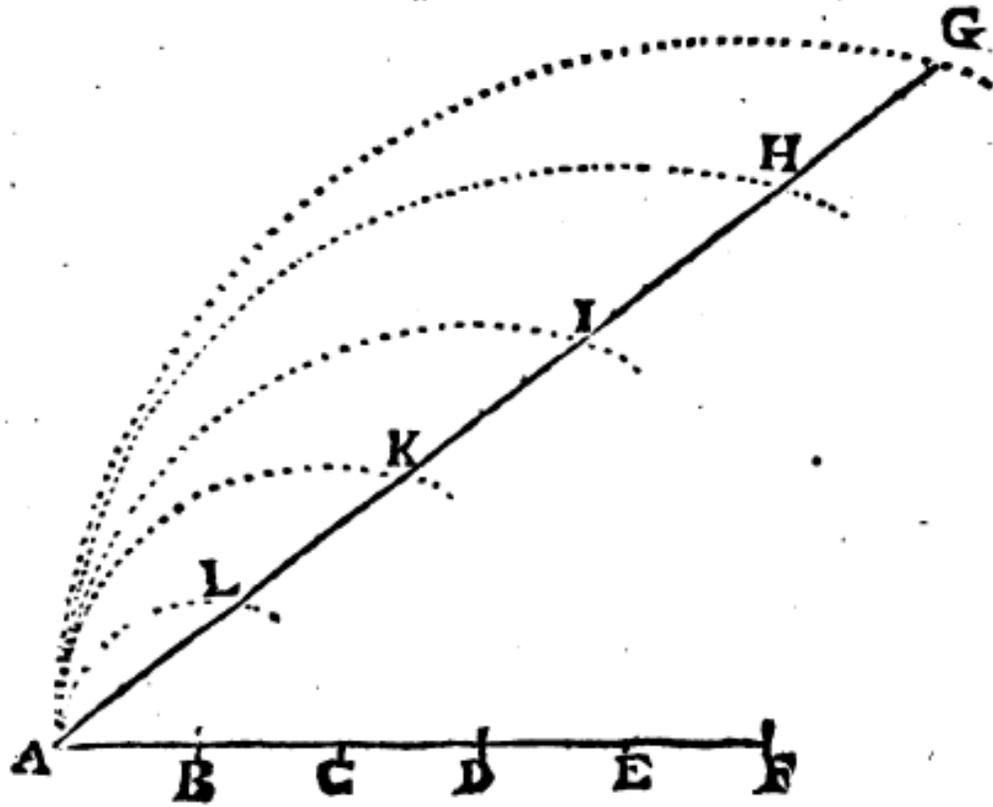
PROBLEME VII.

A trois lignes données trouver une quatrième proportionnelle.

Trouver geometriquement à deux Lignes données une troisième proportionnelle, & à trois une quatrième.

Mais on peut aussi par le même principe diviser une Ligne donnée en autant de parties égales que l'on voudra, comme vous allez voir.

Une sixième construction, dérivée de la seconde?



Parcourez sur la Ligne indéfinie A F cinq parties égales d'une grandeur volontaire aux points A, B, C, D, E, F, si vous voulez diviser la Ligne donnée en cinq parties égales, & décrivez des centres B, C, D, E, F, par le même point A, autant de circonferences de cercle. Après cela appliquez la Ligne donnée sur le plus grand cercle, en commençant depuis A laquelle par exemple soit A G, & cette Ligne A G se trouvera divisée par les autres circonferences de cercle en cinq parties égales aux points H, I, K, L, comme il est aisé à démontrer.

Extrait 3: de l'introduction pratique à un cours de mathématiques

- Un cours de mathématiques en 5 vol.:
 1. Introduction aux mathématiques, *Eléments* d'Euclide
 2. Arithmétique et Trigonométrie
 3. Géométrie et fortification
 4. Mécanique et Perspective
 5. Géographie et gnomonique
- Premier volume:
 - Préface: dignité des mathématiques, utilité, style et plan de l'ouvrage
 - Introduction aux mathématiques
 - Abrégé d'Algèbre + huit questions d'Arithmétique
 - **Pratiques de géométrie** *tant sur le papier que sur le terrain*
 - Les *Eléments* d'Euclide *expliqués et démontrés d'une manière courte et facile, avec l'usage des propositions*

Extrait 3: de l'introduction pratique à un cours de mathématiques

PROBLEME I.

Tirer une ligne droite d'un point à un autre point donné sur un Plan.

PROBLEME II.

Tirer une ligne perpendiculaire à une ligne donnée par un point donné.

PROBLEME III.

Tirer par un point donné une ligne parallèle à une ligne donnée.

PROBLEME IV.

Diviser une ligne donnée en deux également.

PROBLEME V.

Diviser un arc de cercle donné en deux également.

PROBLEME VI.

Diviser un angle donné en deux également.

PROBLEME VII.

Diviser la circonférence d'un cercle en Degrez.

PROBLEME VIII.

Connoître de combien de degrez est un Angle proposé.

PROBLEME IX.

Faire à un point donné sur une ligne donnée un angle d'une grandeur donnée.

PROBLEME X.

Faire en un point donné d'une ligne donnée un angle égal à un angle donné.

PROBLEME XI.

Décrire sur une ligne donnée un triangle isoscèle.

PROBLEME XII.

Décrire de deux lignes données un Parallelogramme.

PROBLEME XIII.

Décrire un triangle de trois lignes données.

PROBLEME XIV.

Diviser une ligne donnée en autant de parties égales que l'on voudra.

PROBLEME XV.

Construire une Echelle propre à lever des Plans.

PROBLEME XVI.

Lever un Plan accessible sur la terre.

PROBLEME XVII.

Lever un Plan inaccessible sur la terre.

PROBLEME XVIII.

Prolonger une ligne trop courte.

PROBLEME XIX.

Inscrire un Polygone regulier dans un cercle donné.

PROBLEME XX.

Décrire un Quarré sur une ligne donnée.

PROBLEME XXI.

Décrire sur une ligne donnée un Polygone regulier.

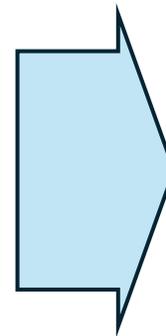
PROBLEME XXII.

Faire passer une circonférence de cercle par trois points donnez sur un Plan.

+ quatre problèmes sur les sections coniques

Extrait 4: de la partie spéculative d'un cours de mathématiques

- Plan de l'abrégé des *Eléments* d'Euclide au tome I:
 - Introduction générale
 - Courte introduction au livre I
 - 35 déf., 3 dem. et 14 axiomes
 - Proposition I / Problème I
 - Etc.
- Structure du Problème I:
 - Énoncé général
 - Énoncé particulier et construction
 - Démonstration
 - Usage



PROPOSITION I.

PROBLEME I.

Décrire sur une ligne droite donnée & terminée, un Triangle Equilateral.

Pour décrire un Triangle Equilateral sur la ligne donnée AB , décrivez de son extrémité A , par l'autre extrémité B , l'arc de cercle BCD : & pareillement de l'extrémité B , par l'autre extrémité A , l'arc de cercle ACE , qui coupe icy le précédent BCD , au point C , par lequel vous tirerez aux deux extrémités A , B , les droites AC , BC ; & le triangle ABC sera équilateral; c'est à dire que les trois côtes AB , AC , BC , seront égaux.

DEMONSTRATION.

La ligne AC est égale à la ligne AB , par la Définition du Cercle : & pareillement la ligne BC est égale à la même ligne AB . Donc par *Ax. I.* les deux lignes AC , BC , & par conséquent les trois AC , BC , AB , sont égales entre elles. *Ce qu'il faut faire & démontrer.*

Extrait 5: d'un texte récréatif

- **Préface:** utilités et ancienneté des jeux mathématiques, valeur éducative; typologie des jeux et sommaire
- **Table des problèmes**
- **Problèmes d'arithmétique**
- **Problèmes de géométrie**
- **Problèmes d'optique**
- **Problèmes de cosmographie**

Les 43 problèmes géométriques

PROBLEMES DE GEOMETRIE.

PROBLEME I. Tirer à une ligne donnée une perpendiculaire par l'une de ses extrémités. 142

PROBL. II. Tirer par un point donné une ligne parallèle à une ligne donnée. 143

PROBL. III. Diviser avec une même ouverture du Compas une ligne donnée en autant de parties égales qu'on voudra. 144

PROBL. IV. Faire un Angle égal à la moitié, ou bien au double d'un Angle donné. 145

PROBL. V. Faire un Angle égal au tiers, ou bien au triple d'un Angle donné. 149

PROBL. VI. Trouver à deux lignes données une troisième, & autant d'autres proportionnelles qu'on voudra. 146

PROBL. VII. Décrire sur une ligne donnée autant de Triangles differens qu'on voudra, dont les aires soient égales. 147

PROBL. VIII. Décrire sur une ligne donnée autant de Triangles differens qu'on voudra, dont les contours soient égaux. 147

PROBL. IX. Décrire deux Triangles isoscèles differens de même aire, & de même contour. 148

PROBL. X. Décrire trois Triangles rectangles differens, dont les aires soient égales. 151

PROBL. XI. Décrire trois Triangles égaux, dont le premier soit rectangle, le second soit Oxygone, & le troisième soit Amblygone. 153

PROBL. XII. Trouver une ligne droite égale à un arc de Cercle donné. 155

Trouver la circonférence d'un Cercle, dont on connoît le Diametre. 156

Connoître le Diametre d'un Cercle, ou d'une Boule, par sa circonférence connue. 156

PROBL. XIII. Trouver entre deux lignes données une, ou deux, ou trois moyennes proportionnelles. 157

PROBL. XIV. Décrire dans un Cercle donné quatre Cercles égaux qui se touchent mutuellement, & aussi la circonférence du Cercle donné. 159

PROBL. XV. Décrire dans un Demi-cercle donné trois Cercles qui touchent la circonférence, & le Diametre de ce Demi-cercle donné, & dont celui du milieu, qui est le plus grand, touche les deux autres qui sont égaux. 160

PROBL. XVI. Décrire quatre Cercles proportionnels, en sorte que leur somme soit égale à un Cercle donné, & que la somme de leurs Rayons soit égale à une ligne donnée. 161

(...)

PROBL. XXXVII. Décrire un Triangle, dont l'aire & le contour soient un même nombre quarré. 183

PROBL. XXXVIII. Faire passer une circonférence de Cercle par trois points donnez, sans en connoître le centre. 184

PROBL. XXXIX. Etant données deux lignes perpendiculaires à une même ligne tirée par leurs extrémités, trouver sur cette ligne un point également éloigné de chacune des deux autres extrémités. 185

PROBL. XL. Décrire deux Triangles rectangles, dont les lignes soient telles, que la difference des deux plus petites du premier soit égale à celle des deux plus grandes du second, & que réciproquement la difference des deux plus petites du second soit égale à celle des deux plus grandes du premier. 186

PROBL. XLI. Diviser la circonférence d'un Demi-cercle donné en deux arcs inégaux, en sorte que le Demi-diametre soit moyen proportionnel entre les cordes de ces deux arcs. 188

PROBL. XLII. Une Echelle d'une longueur connue étant appuyée contre une muraille d'une certaine distance, trouver combien elle descendra lorsqu'on l'éloignera un peu davantage du pied de la même muraille. 189

PROBL. XLIII. Mesurer une ligne accessible sur la Terre par le moyen de la lumière & du bruit d'un Canon. 190

C. Brève synthèse « didactique »

Quelles stratégies d'usage des problèmes?

À quoi nous renvoient ces extraits?

- Extrait 1 (géom prat.)
- Extrait 2 (avec compas)
- Extrait 3 (pratiques géom.)
- Extrait 4 (usage pb)
- Extrait 5 (récréation)
- Problème de synthèse?
- Justification d'un programme construction / usage du rapporteur?
- Activités d'introduction
- Exercice d'application directe
- Problème ouvert?

D. Brève synthèse historique

Quelles comparaisons d'un ouvrage à l'autre? Quelles sont les intentions déclarées?

Que sait-on de la vie et de la carrière d'Ozanam

- En qualité d'ex-Académicien des sciences, il a droit à un éloge (de Fontenelle) = notre principal témoignage biblio-biographique
 - Une éloge en forme d'hagiographie ambiguë
 - Le portrait d'un enseignant dévoué aux mathématiques
- Les autres témoignages découlent des ouvrages publiés...
 - Avis au lecteur, qu'ils proviennent de l'intéressé, ou de libraires amis
 - Les remarques (préfaces, introductions, commentaires) témoignent de ses intentions et des destinataires de ses publications
- Et d'un inédit: le texte sur les problèmes de Diophante longuement préparé, mais jamais publié..

La « vie enseignante » d'Ozanam, et ses partenaires

- Un enseignant au service des gens de guerre, ou de condition:
 - Lectorat « militaire » et aristocratique explicitement mentionné
 - Des mathématiques adaptées à l'exercice militaire (fortification notamment, levers de plans, repérage..)
 - La recherche d'un équilibre entre théorie et pratique
- Un homme proche de différents milieux :
 - Ceux du pouvoir → Colbert, le chancelier d'Aguesseau, l'Abbé Bignon, l'Académie Royale des sciences (*puissants protecteurs*)
 - Enseignement jésuite → première formation + proximité à plusieurs Jésuites éminents (Milliet- Dechaux, Billy, Fabri?)
 - Des fabricants → fabricants d'instruments, ouvriers (cf. Chapotot)
 - Des libraires → éditeurs, dans nos termes: Michallet, Jombert

Fontenelle sur les écrits d'Ozanam: un enseignement dépassé, ou nécessaire?

Désuète?

Tous ces ouvrages, & quelques autres moins considérables seulement par le volume, ne roulent que sur l'ancienne Geometrie, mais approfondie avec beaucoup de travail. La nouvelle n'y paroît point, c'est-à-dire, celle qui par le moyen de l'Infini s'est élevée si haut ; elle étoit beaucoup plus jeune que M. Ozanam.

Nécessaire?

Il est vrai aussi que l'ancienne, qui est moins sublime, moins piquante, même moins agréable, est plus indispensablement nécessaire, & plus sensiblement utile, & que c'est elle seule qui fournit à la nouvelle des fondements solides.

Le style d'Ozanam: la recherche constante de problèmes intéressants

Les Grands de ce temps-là étoient faits comme ceux d'aujourd'hui : la peine les rebutoit, c'étoit un coup de l'adresse & de l'habileté extraordinaire de ceux qui les vouloient instruire, que de les attacher à l'étude & à la reflexion, par le plaisir & par la curiosité.

Bien que les jeux d'esprit, dont je parle, soient des amusemens, ils ne sont peut-être pas moins utiles que les exercices, auxquels on applique les jeunes personnes de qualité, pour façonner leurs corps, & pour leur donner le bon air : car s'accoutumer à connoître les proportions, la force des mélanges, à connoître le point qu'on cherche dans la confusion, à prendre de justes mesures dans les propositions les plus embrouillées & les plus surprenantes, c'est se faire l'esprit aux affaires ; c'est s'armer contre les surprises, c'est se préparer à vaincre les difficultés imprévues, ce qui vaut bien autant que d'assûrer sa démarche par les leçons des Maîtres à danser, ou le ton de sa voix par celle des Musiciens.

Quoi lire d'intéressant d'Ozanam ou sur lui?

- Les textes d'Ozanam sont tous en ligne (google books, archive.org, e-rara, gallica..) → *nous ne les avons pas tous cités!*
- Sur le compas de proportion: les textes de J.M. Delire; l'article de l'Encyclopédie; site personne de Serge Savoysky (*Les « pré-histoires » du « tout-numérique »*)
- Sur les mathématiques du 17^è et 18^è siècles: le dialogue entre N. Pelay et P. Crépel sur « image des maths »:
<https://images.math.cnrs.fr/Recreations-mathematiques-d-Ozanam.html>
- Sur nos recherches en cours: les deux articles d'Alain sur Clairaut, Ozanam, La Chapelle; nos interventions à Besançon

